

Федеральное агентство по образованию

Троицкий филиал государственного образовательного учреждения
высшего профессионального образования
«Челябинский государственный университет»

Кафедра математики и информатики

СБОРНИК ЗАДАЧ
ПО КУРСУ
МАТЕМАТИКА
(4 семестр)

Учебное пособие

Троицк 2010

Одобрено учебно – методической комиссией Троицкого филиала ГОУ ВПО «Челябинский государственный университет».

Учебное пособие представляет собой сборник задач по дисциплине ЕН.Ф.01 - «Математика» (4 семестр) для студентов экономических специальностей. В сборнике подобраны и систематизированы задачи рейтингового контроля знаний по темам: построение ЭММ, графический метод решения задач оптимизации, симплексный метод решения задач линейного программирования, решение задач целочисленного программирования, решение двойственных задач, решение транспортной задачи, решение задач динамического программирования, решение задач теории игр, решение задач сетевого моделирования и систем массового обслуживания.

Задания включают до 30 вариантов задач и предназначены для индивидуального (самостоятельного) выполнения студентами 2 курса экономических специальностей в ходе выполнения контрольных и самостоятельных работ.

Для студентов специальности: 080105.65 - Финансы и кредит, 080109.65 – Бухгалтерский учет, анализ и аудит.

Составитель: Н.А. Дегтярева, к.э.н., доцент кафедры математики и информатики.

Рецензент: Н.Д. Зуляркина, к. ф.-м. н., доцент кафедры радиотехнических систем ЮУрГУ.

1. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ

Задание: Построить экономико-математическую модель и решить графическим методом типовую задачу оптимизации.

Вариант 1

Совхозу требуется не более 10 трехтонных автомашин и не более 8 пятитонных. Отпускная цена автомашины первой марки 2 000 ден. ед., второй марки 4 000 ден.ед. Совхоз может выделить для приобретения машин 40 000 ден. ед. Сколько следует приобрести автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной.

Построить экономико-математическую модель задачи, получить решение графическим методом.

Вариант 2

Совхоз для кормления животных использует два вида корма. В дневном рационе животного должно содержаться не менее 6 единиц питательного вещества *A* и не менее 12 единиц питательного вещества *B*. Какое количество корма надо расходовать ежедневно на одно животное, чтобы затраты были минимальными? Использовать данные таблицы.

Питательное вещество	Количество питательных веществ в 1 кг корма	
	1	2
A	2	1
B	2	4
Цена 1 кг корма, тыс.руб.	0,2	0,3

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум, и почему?

Вариант 3

Некоторая фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входит 3 кг азотных, 4 кг фосфорных и 1 кг калийных удобрений, а в улучшенный — 2 кг азотных, 6 кг фосфорных и 3 кг калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется, по меньшей мере, 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 3 ден. ед., а улучшенный — 4 ден. ед. Какие и сколько наборов удобрений нужно купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на максимум, и почему?

Вариант 4

На имеющихся у фермера 400 га земли он планирует посеять кукурузу и сою. Сев и уборка кукурузы требуют на каждый гектар 200 ден. ед. затрат, а сои — 100 ден. ед. На покрытие расходов, связанных с севом и уборкой, фермер получил ссуду в 60 тыс. ден. ед. Каждый гектар, засеянный кукурузой, принесет 30 центнеров, а каждый гектар, засеянный соей, — 60 центнеров. Фермер заключил договор на продажу, по которому каждый центнер кукурузы принесет ему 3 ден. ед., а каждый центнер сои — 6 ден. ед. Однако согласно этому договору фермер обязан хранить убранное зерно в течение нескольких месяцев на складе, максимальная вместимость которого равна 21 тыс. центнеров.

Фермеру хотелось бы знать, сколько гектаров нужно засеять каждой из этих культур, чтобы получить максимальную прибыль.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 5

Продукция двух видов (краска для внутренних (I) и наружных (E) работ) поступает в оптовую продажу. Для производства красок используются два исходных продукта — A и B . Максимально возможные суточные запасы этих продуктов составляют 6 и 8 тонн соответственно. Расходы продуктов A и B на 1 т соответствующих красок приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на тонну краски, т		Максимально возможный запас, т
	Краска E	Краска I	
A	1	2	6
B	2	1	8

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску I никогда не превышает спроса на краску E более чем на 1 т. Кроме того, установлено, что спрос на краску I никогда не превышает 2 т в сутки. Оптовые цены одной тонны красок равны 3000 ден. ед. для краски E и 2000 ден. ед. для краски I . Какое количество краски каждого вида должна производить фабрика, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 6

Финансовый консультант фирмы «АВС» консультирует клиента по оптимальному инвестиционному портфелю. Клиент хочет вложить средства (не более 25 000 долл.) в два наименования акций крупных предприятий в составе холдинга «Дикси».

Анализируются акции «Дикси - Е» и «Дикси - В». Цены на акции: «Дикси - Е» — 5 долл. за акцию; «Дикси - В» — 3 долл. за акцию. Клиент уточнил, что он хочет приобрести максимум 6000 акций обоих наименований, при этом акций одного из наименований должно быть не более 5000 штук. По оценкам «АВС», прибыль от инвестиций в эти акции в следующем году составит: «Дикси - Е» — 1,1 долл.; «Дикси - В» — 0,9 долл.

Задача консультанта состоит в том, чтобы выдать клиенту рекомендации по оптимизации прибыли от инвестиций.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 7

Завод — производитель высокоточных элементов для автомобилей выпускает два различных типа деталей — X и Y . Завод располагает фондом рабочего времени в 4000 чел.-ч в неделю. Для производства одной детали типа X требуется 1 чел.-ч, а для производства одной детали типа Y — 2 чел.-ч. Производственные мощности завода позволяют выпускать максимум 2250 деталей типа X и 1750 деталей типа Y в неделю. Каждая деталь типа X требует 2 кг металлических стержней и 5 кг листового металла, а для производства одной детали типа Y необходимо 5 кг металлических стержней и 2 кг листового металла. Уровень запасов каждого вида металла составляет 10 000 кг в неделю. Кроме того, еженедельно завод поставляет 600 деталей типа X своему постоянному заказчику. Существует также профсоюзное соглашение, в соответствии с которым общее число производимых в течение одной недели деталей должно составлять не менее 1500 штук.

Сколько деталей каждого типа следует производить, чтобы максимизировать общий доход за неделю, если доход от производства *одной* детали типа X составляет 30 ден. ед., а от производства одной детали типа Y — 40 ден. ед.?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 8

Имеется два вида корма I и II, содержащие питательные вещества (витамины) S_1 , S_2 и S_3 . Содержание числа единиц питательных веществ в 1 кг каждого вида корма и необходимый минимум питательных веществ, приведены в таблице.

Питательное вещество (витамин)	Необходимый минимум питательных веществ	Число единиц питательных веществ в 1 кг корма	
		I	II
S_1	9	3	1
S_2	8	1	2
S_3	12	1	6

Стоимость 1 кг корма I и II соответственно равна 4 и 6 ден. ед.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание питательных веществ каждого вида было бы не менее установленного предела.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 9

При производстве двух видов продукции используется 4 типа ресурсов. Норма расхода ресурсов на производство единицы продукции, общий объем каждого ресурса заданы в таблице.

Ресурсы	Норма затрат ресурсов на товары		Общее количество ресурсов
	1-го вида	2-го вида	
1	2	2	12
2	1	2	8
3	4	0	16
4	0	4	12

Прибыль от реализации одной единицы продукции первого вида составляет 2 ден. ед., второго вида — 3 ден. ед.

Задача состоит в формировании производственной программы выпуска продукции, обеспечивающей максимальную прибыль от ее реализации.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом. Что произойдет, если решать задачу на минимум, и почему?

Вариант 10

Фирма производит два широко популярных безалкогольных напитка — «Лимонад» и «Тоник». Фирма может продать всю продукцию, которая будет произведена. Однако объем производства ограничен количеством основного ингредиента и производственной мощностью имеющегося оборудования. Для производства 1 л «Лимонада» требуется 0,02 ч работы оборудования, а для производства 1 л «Тоника» — 0,04 ч. Расход специального ингредиента составляет 0,01 кг и 0,04 кг на 1 л «Лимонада» и «Тоника» соответственно. Ежедневно в распоряжении фирмы имеется 24 ч времени работы оборудования и 16 кг специального ингредиента. Прибыль фирмы составляет 0,10 ден. ед. за 1 л «Лимонада» и 0,30 ден. ед. за 1 л «Тоника».

Сколько продукции каждого вида следует производить ежедневно, если цель фирмы состоит в максимизации ежедневной прибыли?

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 11

На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 30 тыс. ден. ед. и помещение площадью в 45 м^2 . Участок может быть оснащен машинами трех типов, характеристики которых приведены в таблице.

Найти оптимальный план приобретения машин, обеспечивающий новому производственному участку максимальную производительность.

Машина	Стоимость машины, тыс. ден. ед.	Занимаемая площадь, м^2	Производительность за смену, тыс. ед.
M_1	6	9	8
M_2	3	4	4
M_3	2	3	3

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 12

В опытном хозяйстве установлено, что откорм крупного рогатого скота выгоден только тогда, когда каждое животное получает в суточном рационе не менее 20 кормовых единиц, не менее 2000 г белка и не менее 100 г кальция. Для кормления животных используется сено и силос. Содержание указанных питательных веществ 1 кг корма каждого вида, а также себестоимость 1 кг корма приведены в таблице. Возможности хозяйства позволяют включать в суточный рацион не более 20 кг сена, не более 25 кг силоса.

Составить кормовой рацион минимальной стоимости, учитывающий минимальные суточные нормы потребления питательных веществ и возможности хозяйства по ресурсам.

Корм	Содержание в 1 кг			Себестоимость 1 кг корма, ден. ед.
	кормовых единиц	белка, г	кальция, г	
Сено	0,5	40	5	2
Силос	0,2	10	4	1

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 13

Имеются два проекта на строительство жилых домов. Расход стройматериалов, их запас, и полезная площадь дома каждого проекта приведены в таблице. Определить, сколько домов первого и второго проекта следует построить, чтобы полезная площадь была наибольшей.

Стройматериалы	Расход стройматериалов (м ³) на один дом		Запас стройматериалов, м ³
	I	II	
Кирпич силикатный	7	3	1365
Кирпич красный	6	3	1245
Пиломатериалы	1	2	650
Полезная площадь, м ²	60	50	

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 14

Сельскохозяйственное предприятие может приобрести тракторы марок M_1 и M_2 для выполнения работ P_1 , P_2 и P_3 . Производительность тракторов при выполнении указанных работ, общий объем работ, и стоимость каждого трактора приведены в таблице.

Найти оптимальный вариант приобретения тракторов, обеспечивающий выполнение всего комплекса работ при минимальных денежных затратах на технику.

Вид работ	Объем работ, га	Производительность трактора марки	
		M_1	M_2
P_1	60	4	3
P_2	40	8	1
P_3	30	1	3
Стоимость трактора, ден.ед.		7	2

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 15

Совхозу требуется не более 10 трехтонных автомашин и не более 8 пятитонных. Отпускная цена автомашины первой марки 2 000 ден. ед., второй марки 4 000 ден.ед. Совхоз может выделить для приобретения машин 40 000 ден. ед. Сколько следует приобрести автомашин каждой марки в отдельности, чтобы их общая (суммарная) грузоподъемность была максимальной.

Построить экономико-математическую модель задачи, получить решение графическим методом.

Вариант 16

При откорме каждое животное должно получить не менее 9 ед. белков, 8 ед. протеина, 10 ед. углеводов. Для составления рациона используют два вида корма, представленных в следующей таблице.

Стоимость 1 кг корма первого вида – 4 ден.ед., второго – 6 ден.ед.

Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

Питательные вещества	Количество единиц питательных веществ на 1 кг	
	корма 1	корма 2
Белки	3	1
Углеводы	1	2
Протеины	1	6

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 17

Для производства двух видов изделий *A* и *B* предприятие использует три вида сырья. Другие условия задачи приведены в таблице.

Вид сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие, кг		Общее количество сырья, кг
	<i>A</i>	<i>B</i>	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия, ден.ед	30	40	

Составить такой план выпуска продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной при условии, что изделий *B* надо выпустить не менее, чем изделий *A*.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 18

Рацион для питания животных на ферме состоит из двух видов кормов I и II. Один килограмм корма I стоит 80 ден. ед. и содержит: 1 ед. жиров, 3 ед. белков, 1 ед. углеводов, 2 ед. нитратов. Один килограмм корма II стоит 10 ден. ед. и содержит 3 ед. жиров, 1 ед. белков, 8 ед. углеводов, 4 ед. нитратов.

Составить наиболее дешевый рацион питания, обеспечивающий жиров не менее 6 ед., белков не менее 9 ед., углеводов не менее 8 ед., нитратов не более 16 ед.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 19

При производстве двух видов продукции используется 3 вида сырья. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимум прибыли. Исходные данные приведены в таблице.

Запасы сырья	Расход сырья на единицу продукции	
	Первый вид продукции	Второй вид продукции
30	1	3
48	4	3
60	3	3
Прибыль	70	60

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 20

Для изготовления шкафов и буфетов мебельная фабрика применяет древесину четырех видов, запасы которой ограничены и составляют соответственно: 12, 16, 12, 8 единиц. Количество единиц древесины для изготовления 1 шкафа и 1 буфета даны в таблице. Требуется составить такой план выпуска продукции, который обеспечивает наибольший доход, если от реализации шкафов получено 2 д. ед. дохода, а буфетов – 3 д. ед. дохода.

Ресурсы	Запасы	Расход	
		1 шкаф	1 буфет
1	12	---	0.4
2	16	0.4	---
3	12	0.2	0.2
4	8	0.1	0.2
Доход		2 ден. ед.	3 ден. ед.

Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 21

При производстве двух видов продукции используется 3 вида сырья (исходные данные приведены в таблице). Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль.

Запасы сырья	Расход сырья на ед. продукции	
	I вид продукции	II вид продукции
20	2	1
12	1	1
30	1	3
Прибыль	40 ден.ед.	50 ден. ед.

Построить экономико-математическую модель задачи, дать необходимые комментарии к ее элементам и получить решение графическим методом.

Вариант 22

Для производства двух видов изделий А и В предприятие использует 3 вида сырья (исходные данные приведены в таблице).

Вид сырья	Нормы расхода сырья на ед. изделия		Общее количество сырья
	А	В	
I	12	4	300
II	4	4	120
III	3	12	252
Прибыль от реализации одного изделия	30	40	

Составить такой план продукции, при котором прибыль предприятия от реализации продукции будет максимальной. Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 23

В рационе животных используют два вида кормов. Животные должны получать 3 вида веществ (исходные данные приведены в таблице). Составить рацион кормления, обеспечивающий минимальные затраты.

Необходимое кол-во веществ	Содержание питательных веществ	
	№1	№2
15	5	1
12	2	1
7	1	1
Стоимость ед. корма	40	30

Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 24

На предприятии выпускается два вида изделий, при этом используется три вида сырья. Составить план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль. Исходные данные приведены в таблице:

Тип сырья	Нормы затрат ресурсов на единицу продукции		Запасы сырья
	№1	№2	
1	18	15	360
2	6	4	192
3	5	3	180
Цена изделия	9	10	

Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 25

На свиномкомплексе производится откорм свиней, причём каждое животное должно получать 6 единиц А; 8 единиц вещества В; 12 единиц вещества С. Для откорма нужно закупить 2 вида кормов: в I корме содержится 2 ед. вещества А; 1 ед. вещества В; 3 ед. вещества С; во II корме содержится 1 ед. вещества А; 2 ед. вещества В; 4 ед. вещества С. Стоимость 1 ед. корма I вида равна 2 ден. ед. Стоимость 1 ед. корма II вида равна 3 ден. ед.

Сколько надо закупить каждого вида корма, чтобы обеспечить наиболее дешёвый рацион питания. Составить ЭММ и решить задачу графическим методом.

Вариант 26

Для кормления коров используются концентрированные и грубые корма. Один кг концентрата содержит 1 кормовую единицу и 0,08 протеина. Один кг грубых кормов содержит 0,25 кормовых единиц и 0,04 протеина. Суточный рацион одной коровы должен содержать не менее 10 кормовых единиц и не менее 1,2 единиц протеина. Определить оптимальный вариант суточного рациона кормления при условии, чтобы стоимость рациона была минимальной, если 1 кг концентрата стоит 5 ден. ед., а 1 кг грубых кормов – 2 ден.ед.

Построить экономико-математическую модель задачи, получить решение графическим методом.

2. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

*Задание: Найти максимум и минимум функции $F(x)$
при заданных ограничениях графическим методом*

1. $F(X) = 10x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ 4x_1 + x_2 \geq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

2. $F(x) = 3x_1 + 5x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 \geq 5 \\ 3x_1 - x_2 \leq 3 \\ 2x_1 - 3x_2 \geq -6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

3. $F(x) = 4x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 2 \\ 2x_1 + x_2 \leq 10 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4. $F(x) = 2x_1 + 4x_2$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 \leq 12 \\ -3x_1 + 2x_2 \leq 9 \\ x_1 + 3x_2 \geq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

5. $F(x) = 5x_1 + 10x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ x_1 \geq 1, 2x_2 \geq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

6. $F(x) = 3x_1 - 2x_2$

$$\begin{cases} 6x_1 - 4x_2 \geq -12 \\ -4x_1 + 8x_2 \leq 20 \\ 7x_1 + 5x_2 \leq 35 \\ x_1 + x_2 \geq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

7. $F(x) = 3x_1 + 3x_2$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ -2x_1 + x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 6 \\ x_1 + 2x_2 \geq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

8. $F(x) = 2x_1 - x_2$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 26 \\ x_1 - 2x_2 \leq 6 \\ 2x_1 + x_2 \geq 2 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

9. $F(x) = 4x_1 - 3x_2$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 14 \\ 2x_1 + x_2 \leq 17 \\ 3x_1 - x_2 \leq 8 \\ x_1 + x_2 \geq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

10. $F(x) = 2x_1 + x_2$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \geq 3 \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 15 \\ 2x_1 - 2,5x_2 \leq 10 \\ 0 \leq x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$F(x) = 5x_1 - x_2 \rightarrow \min,$

11.
$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 \leq 0, \\ -5x_1 + 9x_2 \leq 45, \\ x_1 - 2x_2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

12.

$Z(x) = -x_1 - x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 \leq 4, \\ -x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + x_2 \geq 10, \\ 4x_1 - x_2 \leq 20, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

13.

$Z(x) = 5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min,$

$$\begin{cases} 4x_1 - x_2 \geq 0, \\ -x_1 + x_2 \leq 3, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 6, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

14.

$F(X) = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ x_1 - 3x_2 \geq -9, \\ 4x_1 + 3x_2 \leq 24, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

15.

$Z(x) = 5x_1 + 5x_2 \rightarrow \max,$

$-2x_1 + x_2 \leq 2,$

$-x_1 + 3x_2 \geq 9,$

$x_1 + x_2 \geq 3,$

$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$

16.

$$F(x, y) = 3x + y \rightarrow \max$$

при условиях

$$\begin{cases} 2x + 3y \leq 6, \\ 2x - 3y \leq 3, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

17.

$$F(x, y) = 2x - 10y \rightarrow \min$$

при условиях

$$\begin{cases} x - y \geq 0, \\ x - 5y \geq -5, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

18.

$$F(x, y) = 2x + 3y \rightarrow \max$$

при условиях

$$\begin{cases} x + 4y \geq 8, \\ x \leq 4, \\ 2y \geq 5, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

19.

$$F(x, y) = 3x + 5y \rightarrow \max$$

при условиях

$$\begin{cases} x - y \leq 3, \\ -3x + y \leq 6, \\ y \geq 4, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

20.

$$F(x, y) = 4y \rightarrow \min$$

при условиях

$$\begin{cases} 3x + 5y \leq 18, \\ 2x - y \geq 0, \\ 5x - 3y \leq 15, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

3. СИМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание: Решить ЗЛП симплексным методом

1. Найти максимум функции:

$$F(x) = -6x_1 - 4x_2 + 4x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \geq -1 \\ -2x_1 - x_2 + x_3 \leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0 \end{cases}$$

2. Найти максимум функции:

$$F(x) = x_1 + x_2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 \geq -2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \\ 2x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Найти минимум функции:

$$F(x) = -3x_1 - 4x_2 + x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + x_3 \geq -10, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \geq 5, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

4. Найти максимум функции:

$$F(x) = x_1 - 24x_2 + 12x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 \leq 1, \\ -x_1 + 4x_2 - x_3 \geq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

5. Найти максимум функции:

$$F(x) = -2x_1 - 6x_2 + 6x_3 + 6x_4$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_4 \leq 1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

6. Найти минимум функции:

$$F(x) = 2x_1 + 4x_2 + 6x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

7. Найти минимум функции

$$F(x) = 4x_1 - 4x_2 + 6x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 - x_2 - x_3 \leq 1, \\ x_1 - x_2 - 2x_3 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

8. Найти максимум функции:

$$F(x) = 6x_1 - 2x_2 + 4x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

9. Найти минимум функции:

$$F(x) = -6x_1 + 4x_2 + 4x_3$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -3x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \\ -2x_1 - 4x_2 + x_3 \geq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0. \end{cases}$$

10. Найти максимум функции:

$$F(x) = 3x_1 + x_2$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \geq 6, \\ 2x_1 + 5x_2 \geq 10, \\ 2x_1 - x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0. \end{cases}$$

11. Найти минимум функции:

$$Z(X) = -11x_1 - 5x_2 + 8x_3 + 2x_4 \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ -2x_1 + 5x_3 + x_4 = 10, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

12. Найти максимум функции:

$$Z(X) = x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

13. Найти минимум функции:

$$Z(X) = -3x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ -x_1 + 3x_2 - x_4 = -3, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4.$$

14. Найти максимум функции:

$$Z(X) = 2x_1 - 3x_2 + 5x_3 \rightarrow \max,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 3, \\ -2x_1 + 3x_2 + x_3 \geq -4, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3$$

15. Найти минимум функции:

$$Z(X) = -4x_1 - 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 \leq 6, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 \leq 18, \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3$$

16. Найти максимум функции:

$$Z(X) = 3x_1 + 4x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 10, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 6, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3$$

17. Найти максимум функции:

$$Z(X) = 2x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \max,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 \leq 15, \\ x_1 + x_2 + x_3 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 \leq 12 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3$$

18. Найти минимум функции:

$$Z(X) = -5x_1 - 2x_2 - 3x_3 \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 2, \\ -3x_1 + 4x_2 + 5x_3 \leq 10, \\ x_1 - 4x_2 + x_3 \leq 1 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3$$

19. Найти минимум функции:

$$Z(X) = -x_1 + x_2 - 3x_3 \rightarrow \min,$$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 2, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 \leq 6, \\ x_1 + x_2 - x_3 \leq 2 \end{cases}$$

$$x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3$$

20. Найти $F(x) = -2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \geq 12, \\ -x_1 + x_2 \leq 7, \\ 2x_1 + x_2 \leq 10, \\ x_2 \geq 2. \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

4. ЦЕЛОЧИСЛЕННОЕ ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Задание: В задачах методом Гомори (или методом ветвей и границ) найти оптимальные решения задач целочисленного линейного программирования

1. $Z = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 13, \\ x_1 - x_2 \leq 6, \\ -3x_1 + x_2 \leq 9, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

x_1, x_2 - целые числа

2. $Z = 5x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$

при ограничениях:

$$\begin{cases} -3x_1 + 14x_2 \leq 78, \\ 5x_1 - 6x_2 \leq 26, \\ x_1 + 4x_2 \geq 25, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

x_1, x_2 - целые числа

3. $Z = 2x_1 + x_2 \rightarrow \max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 6x_1 + 4x_2 \geq 24, \\ -3x_1 + 3x_2 \leq 9, \\ -x_1 + 3x_2 \geq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

x_1, x_2 - целые числа

4. $Z = 6x_1 + x_2 \rightarrow \min$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 \geq 9, \\ 2x_1 + 3x_2 \leq 50, \\ -x_1 + 4x_2 \geq 18, \end{cases}$$

x_1, x_2 - целые числа

5. $F = 16x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$

при ограничениях:

$$\begin{cases} 5x_1 + 2x_2 \leq 20, \\ x_1 + x_2 \leq 6 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

x_1, x_2 - целые числа

6. $F = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$

при условиях:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 \geq 9, \\ 3x_1 - 4x_2 \geq 3 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

x_1, x_2 - целые числа

7. $F = 3x_1 + x_2 \rightarrow \max$

при условиях:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 \leq 6, \\ 2x_1 - 3x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

x_1, x_2 - целые числа

8. $F = 4x_1 + x_2 \rightarrow \max$

при условиях:

$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 \leq 7, \\ 3x_1 + 10x_2 \leq 15 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0,$$

x_1, x_2 - целые числа

9. $Z(X) = x_1 + 4x_2 - 5x_3 - 3x_4 \rightarrow \max,$

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 - x_4 \leq 10, \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 + x_4 \leq 14, \\ x_i \geq 0, \forall i, \quad x_i - \text{целые.} \end{cases}$$

10.

$$Z(X) = 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 \rightarrow \max,$$
$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 + 4x_4 \leq 23, \\ x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 \leq 17, \\ x_i \geq 0, \forall i, \quad x_i - \text{целые.} \end{cases}$$

11.

$$Z(X) = -2x_1 - 4x_2 + 5x_3 - 7x_4 \rightarrow \max$$
$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 12, \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 + 3x_4 \leq 7, \\ x_i \geq 0, \forall i, \quad x_i - \text{целые.} \end{cases}$$

12.

$$Z(X) = 3x_1 + 2x_2 + 10x_3 \rightarrow \min,$$
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 \geq 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 \geq 2, \\ 3x_1 + 4x_2 + 4x_3 \geq 3, \\ x_i \geq 0, \forall i, \quad x_i - \text{целые} \end{cases}$$

13.

$$Z(X) = 3x_1 + 2x_2 - 7x_3 \rightarrow \min,$$
$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + 2x_3 \geq 3, \\ -2x_2 + 3x_3 \leq 4, \\ -3x_2 + 4x_3 \leq 7, \\ x_i \geq 0, \forall i, \quad x_i - \text{целые.} \end{cases}$$

14.

$$Z(X) = 6x_1 - 3x_2 - 3x_3 \rightarrow \max,$$
$$\begin{cases} 3x_1 - 2x_3 \leq 7, \\ 4x_1 - 3x_3 \leq 15, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 5, \\ x_i \geq 0, \forall i, \quad x_i - \text{целые.} \end{cases}$$

15.

$$\begin{aligned} Z &= 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 8, \\ x_1 + 4x_2 \leq 10, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, \\ x_1, x_2 - \text{целые.} \end{cases} \end{aligned}$$

16.

$$\begin{aligned} F(x) &= x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \max; \\ \begin{cases} 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 \leq 25; \\ 5x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 15; \\ x_i \geq 0 \quad (i = \overline{1,3}) \text{ и целые.} \end{cases} \end{aligned}$$

17.

$$\begin{aligned} F(x) &= 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + 3x_2 \geq 3 \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 36 \\ 3x_1 + x_2 \leq 15 \\ x_2 \leq 13 \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ и целые;} \end{cases} \end{aligned}$$

18.

$$\begin{aligned} F(x) &= 3x_1 + 4x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 8 \\ x_1 + 4x_2 \leq 10 \\ x_1, x_2 \geq 0 \text{ и целые.} \end{cases} \end{aligned}$$

19.

$$\begin{aligned} Z(X) &= x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} -x_1 + 2x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_4 = 4, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \text{ и целые.} \end{cases} \end{aligned}$$

20.

$$\begin{aligned} Z(X) &= -3x_1 - 5x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \min, \\ \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = 6, \\ -x_1 + 3x_3 - x_4 = -3, \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, 4. \text{ и целые.} \end{cases} \end{aligned}$$

5. ДВОЙСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

Задание 1: Использовать аппарат теории двойственности для экономико-математического анализа оптимального плана задачи линейного программирования

Вариант 1

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	2	1	0	18
II	1	1	2	1	30
III	1	3	3	2	40
Цена изделия	12	7	18	10	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции при увеличении запасов сырья I и II видов на 4 и 3 единицы соответственно и уменьшении на 3 единицы сырья III вида;
 - оценить целесообразность включения в план изделия *Д* ценой 10 ед., на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 2

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	1	0	2	1	180
II	0	1	3	2	210
III	4	2	0	4	800
Цена изделия	9	6	4	7	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

- проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
- определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции при увеличении запасов сырья II и III видов на 120 и 160 единиц соответственно и уменьшении на 60 единиц запасов сырья I вида;
- оценить целесообразность включения в план изделия D ценой 12 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 3

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	A	Б	В	Г	
I	2	1	3	2	200
II	1	2	4	8	160
III	2	4	1	1	170
Цена изделия	5	7	3	6	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.

2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.

3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.

4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:

- проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
- определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и II видов на 8 и 10 единиц соответственно и уменьшении на 5 единиц запасов сырья III вида;
- оценить целесообразность включения в план изделия D ценой 10 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 4

Для изготовления трех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие			Запасы сырья
	А	Б	В	
I	4	2	1	180
II	3	1	2	210
III	1	2	3	244
Цена изделия	10	14	12	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменится выручка от реализации продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья I и III видов на 4 единицы каждого;
 - оценить целесообразность включения в план изделия Г ценой 13 единиц, на изготовление которого расходуется соответственно 1, 3 и 2 единицы каждого вида сырья, и изделия Д ценой 12 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида сырья.

Вариант 5

На основании информации, приведенной в таблице, решается задача оптимального использования ресурсов на максимум выручки от реализации готовой продукции.

Вид ресурсов	Норма расхода ресурсов на единицу продукции			Запасы ресурсов
	I вид	II вид	III вид	
Труд	1	4	3	200
Сырье	1	1	2	80
Оборудование	1	1	2	140
Цена изделия	40	60	80	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска при увеличении запасов сырья на 18 единиц;
 - оценить целесообразность включения в план изделия четвертого вида ценой 70 единиц, на изготовление которого расходуется по две единицы каждого вида ресурсов.

Вариант 6

На основании информации, приведенной в таблице, решается задача оптимального использования ресурсов на максимум выручки от реализации готовой продукции.

Вид сырья	Норма расхода сырья на единицу продукции			Запасы сырья
	I вид	II вид	III вид	
I	18	15	2	360
II	6	4	8	192
III	5	3	3	180
Цена изделия	9	10	16	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска, если запас сырья I вида увеличить на 45 кг, а II — уменьшить на 9 кг;
 - оценить целесообразность включения в план изделия Г ценой 11 единиц, на изготовление которого расходуется 9, 4 и 6 кг соответствующего вида сырья.

Вариант 7

Предприятие выпускает четыре вида продукции и использует три вида оборудования: токарное, фрезерное, шлифовальное. Общий фонд рабочего времени оборудования каждого вида, нормы расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип оборудования	Нормы расхода ресурса на одно изделие				Фонд рабочего времени, ч
	А	Б	В	Г	
Токарное	2	1	1	3	300
Фрезерное	1	0	2	1	70
Шлифовальное	1	2	1	0	340
Цена изделия	8	3	2	1	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменится выручка и план выпуска продукции, если фонд рабочего времени шлифовального оборудования увеличить на 24 часа;
 - оценить целесообразность включения в план изделия Д ценой 11 единиц, если нормы затрат оборудования 8, 2 и 2 единицы соответственно.

Вариант 8

На основании информации, приведенной в таблице, решается задача оптимального использования ресурсов на максимум выручки от реализации готовой продукции.

Вид сырья	Норма расхода сырья на единицу продукции			Запасы сырья
	I вид	II вид	III вид	
I	1	2	1	430
II	3	0	2	460
III	1	4	0	420
Цена изделия	3	2	5	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменятся выручка от реализации продукции и план ее выпуска, если запас сырья I вида увеличить на 5 единиц, а II — уменьшить на 5 единиц;
 - оценить целесообразность включения в план изделия четвертого вида ценой 7 у.е., если нормы затрат сырья 2, 4 и 3 единицы.

Вариант 9

Для изготовления четырех видов продукции используют три вида сырья. Запасы сырья, нормы его расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Тип сырья	Нормы расхода сырья на одно изделие				Запасы сырья
	А	Б	В	Г	
I	2	1	0,5	4	2400
II	1	5	3	0	1200
III	3	0	6	1	3000
Цена изделия	7,5	3	6	12	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменятся выручка и план выпуска продукции при увеличении запасов сырья I вида на 100 единиц и уменьшении на 150 единиц запасов сырья II вида;
 - оценить целесообразность включения в план изделия Д ценой 10 единиц, если нормы затрат сырья 2,4 и 3 единицы.

Вариант 10

Для изготовления трех видов продукции используют четыре вида ресурсов. Запасы ресурсов, нормы расхода и цены реализации единицы каждого вида продукции приведены в таблице.

Вид ресурсов	Норма расхода ресурсов на единицу продукции			Запасы ресурсов
	I вид	II вид	III вид	
Труд	3	6	4	2000
Сырье 1	20	15	20	15000
Сырье 2	10	15	20	7400
Оборудование	0	3	5	1500
Цена изделия	6	10	9	

Требуется:

1. Сформулировать прямую оптимизационную задачу на максимум выручки от реализации готовой продукции, получить оптимальный план выпуска продукции.
2. Сформулировать двойственную задачу и найти ее оптимальный план с помощью теорем двойственности.
3. Пояснить нулевые значения переменных в оптимальном плане.
4. На основе свойств двойственных оценок и теорем двойственности:
 - проанализировать использование ресурсов в оптимальном плане исходной задачи;
 - определить, как изменится выручка и план выпуска продукции при увеличении запаса ресурса первого вида на 24 единицы;
 - оценить целесообразность включения в план изделия четвертого вида ценой 11 единиц, если нормы затрат ресурсов 8, 4, 20 и 6 единиц.

Задание 2: Для следующих задач составить и решить двойственные и, используя их решение, найти решение исходных задач

Вариант 11

$$Z(X) = -x_1 + x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 \geq 1, \\ -2x_1 + 3x_2 \geq 1, \\ -3x_1 + 4x_2 - 2x_3 \leq 1, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 12

$$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + 12x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 0, \\ x_1 + 3x_2 + 3x_3 \geq -2, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 13

$$Z(X) = 4x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_2 + 2x_3 \geq 3, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 2, \\ x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 2, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 15

$$Z(X) = x_1 + 2x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_3 \geq 6, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 \geq 2, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

Вариант 17

$$Z(X) = 3x_1 + 7x_2 + 10x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 \geq 5, \\ x_1 + x_2 \geq 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 7x_3 \leq 7, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 14

$$Z(X) = x_1 + x_2 + 3x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 4, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 3, \\ x_2 + 2x_3 \geq 1, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 16

$$Z(X) = 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + x_3 \geq 1, \\ -2x_1 - 3x_2 - x_3 \leq 1, \\ x_1 + x_2 - x_3 \geq 3, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 18

$$Z(X) = 6x_1 + 2x_2 + 3x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 3x_3 \geq 4, \\ x_1 + x_3 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 10, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 19

$$Z(X) = 15x_1 + 7x_2 + 12x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 \geq 2, \\ 3x_1 + x_2 + x_3 \geq 3, \\ 5x_1 + x_2 + 4x_3 \geq 1, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 21

$$Z(X) = 2x_1 + 5x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -3x_1 - 2x_2 + x_3 \geq 5, \\ 2x_1 + 4x_2 - 4x_3 \geq 3, \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 \geq 6, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

Вариант 20

$$Z(X) = 4x_1 + 3x_2 + x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 7, \\ -x_1 + 3x_2 + x_3 \geq 1, \\ 11x_1 + 7x_2 + 4x_3 \leq 27, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

Вариант 22

$$Z(X) = 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 \rightarrow \min,$$

$$\begin{cases} -3x_1 - 5x_2 + 2x_3 \leq 4, \\ -2x_1 - 3x_2 + x_3 \geq 3, \\ 3x_1 + 6x_2 - x_3 \geq 5, \end{cases}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3.$$

6. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА

Задание: *Решить транспортные задачи методом потенциалов*

Вариант 1

Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху мощности потребителей.

	150	40	110	50
70	9	5	10	7
80	11	8	9	6
90	7	6	5	4
100	6	4	3	2

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 2

На складах А, В, С имеются запасы продукции в количествах 90, 400, 110 т. соответственно. Потребители М, Н, К должны получить эту продукцию в количествах 140, 300, 160 т. соответственно. Найти такой вариант прикрепления поставщиков к потребителям, при котором сумма затрат на перевозки была бы минимальной. Расходы по перевозке 1 т. продукции заданы таблицей (у.е.):

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 5 \\ 3 & 6 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху мощности потребителей.

	100	140	100	60
100	5	4	3	2
60	2	3	5	6
80	3	2	4	3
160	4	1	2	4

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 4

Составить оптимальный план перевозки грузов от трех поставщиков с грузами 240, 40, 110 т. к четырем потребителям с запросами 90, 190, 40 и 130 т. Тарифы на перевозку единицы груза от каждого поставщика к каждому потребителю даны матрицей:

$$\begin{pmatrix} 7 & 13 & 9 & 8 \\ 14 & 8 & 7 & 10 \\ 3 & 15 & 20 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху мощности потребителей.

	40	30	90	80	50
60	4	2	3	4	1
90	2	4	3	5	6
140	6	5	4	6	2

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 6

На предприятии имеется три группы станков, каждая из которых может выполнять пять операций по обработке деталей. Максимальное время работы каждой группы станков равно 100, 250, и 180 час. соответственно. Время выполнения каждой операции составляет 100, 120, 70, 110 и 130 час. соответственно. Определить, сколько времени и на какой операции нужно использовать каждую группу станков, чтобы обработать максимальное количество деталей. Производительность каждой группы станков на каждой операции заданы матрицей:

$$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 11 & 10 & 5 \\ 5 & 10 & 15 & 3 & 2 \\ 4 & 8 & 6 & 12 & 10 \end{pmatrix}$$

Замечание: под тарифом будем понимать производительность станков по операциям; в задаче требуется найти максимум, а согласно алгоритму транспортной задачи находится минимум, поэтому тарифы умножают на (-1).

Вариант 7

Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху мощности потребителей.

	8	9	13	8	12
9	5	15	3	6	10
11	23	8	13	27	12
14	30	1	5	24	25

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 8

Завод выпускает продукцию в четырех цехах: А, В,С,Д,расположенных на разных территориях. Свою продукцию завод поставляет в шесть магазинов города. Цех А производит 130 тыс. шт. изделий, цех В — 90; цех С — 100 и цех Д соответственно 140 тыс. шт. изделий. Плановая потребность магазинов в продукции завода следующая: магазин 1 — 110 тыс.шт изделий; магазин 2 — 50 тыс. шт.; магазин 3 — 30 тыс. шт., магазин 4 — 80 тыс. шт., магазин 5 — 100 тыс. шт. и магазин 6 — 90 тыс. шт. изделий. Стоимость перевозки 1 тыс. шт. изделий из цехов в магазины приведена в таблице.

Цех завода	Магазины					
	М ₁	М ₂	М ₃	М ₄	М ₅	М ₆
А	2	3	6	8	2	10
В	8	1	2	3	9	5
С	7	6	4	1	5	9
Д	2	10	8	5	3	4

Составьте такой план перевозки изделий, при котором расходы на перевозку изделий были бы наименьшими.

Вариант 9

Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху мощности потребителей.

	11	11	11	16	11
15	3	4	5	15	24
15	19	2	22	4	13
15	20	27	1	17	19

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 10

Четыре растворных узла поставляют раствор четырем строительным фирмам. Для перевозки раствора используются однотипные автомашины. Объем производства растворных узлов в день равен 30, 20, 40, 50 т. Потребности строительных фирм в день: 35, 20, 55, 30 т. Расстояние в километрах от растворных узлов до строительных

Растворный узел	Строительные фирмы			
	1	2	3	4
I	2	4	1	3
II	5	6	3	4
III	3	6	7	5
IV	1	2	9	3

объектов указано в таблице.

Определите, в каком объеме, с каких растворных узлов и куда должен доставляться раствор, чтобы транспортные издержки по его доставке автотранспортом были минимальными.

Вариант 11

Исходные данные транспортной задачи приведены схематически: внутри прямоугольника заданы удельные транспортные затраты на перевозку единицы груза, слева указаны мощности поставщиков, а сверху мощности потребителей.

	7	7	7	7	2
4	16	30	17	10	16
6	20	27	26	9	23
10	13	4	22	3	1
10	3	1	5	4	24

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 12

Три хлебных комбината с производственными мощностями 130, 110, 80 т хлебобулочных изделий в сутки поставляют свою продукцию в 5 магазинов города. Потребность в хлебобулочных изделиях магазинов следующая: 60, 40, 50, 80, 90 т. Издержки транспортировки продукции от хлебных комбинатов до магазинов следующие (ден. ед.):

Хлебные комбинаты	Магазины				
	1	2	3	4	5
I	4	5	6	8	10
II	10	3	2	5	15
III	4	10	5	2	12

Распределите план перевозок из условия минимизации ежедневных расходов на транспортировку.

Вариант 13

Потребность области в азотных удобрениях составляет 180 тыс. т в год. Поставку азотных удобрений могут осуществлять три завода со следующими мощностями: 200, 175 и 225 т. удобрений в квартал. Потребителями азотных удобрений в области являются 5 агропромышленных фирм. Их потребности в удобрениях следующие: 100, 130, 80, 190 и 100 т в квартал. Транспортные затраты на поставку удобрений с заводов в агрофирмы представлены в таблице:

Заводы	Агропромышленные фирмы				
	1	2	3	4	5
I	5	7	4	2	5
II	7	1	3	1	10
III	2	3	6	8	7

Найти оптимальный план поставки удобрений с минимальными транспортными издержками.

Вариант 14

В пунктах А и В находятся соответственно 150 и 90 т горючего. Пунктам 1, 2, 3 требуются соответственно 60, 70, 110 т горючего. Стоимость перевозки 1 т горючего из пункта А в пункты 1, 2, 3 равна 60, 10, 40 ден. ед. за 1 т соответственно, а из пункта В в пункты 1, 2, 3 – 120, 20, 80 ден.ед. за 1 т соответственно. Составьте план перевозок горючего, минимизирующий общую сумму транспортных расходов.

Вариант 15

На трех хлебокомбинатах ежедневно производится 110, 190 и 90 т муки. Эта мука потребляется четырьмя хлебозаводами, ежедневные потребности которых равны соответственно 80, 60, 170 и 80 т. Тарифы перевозок 1 т муки с хлебокомбинатов к каждому из хлебозаводов задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 9 & 7 \\ 4 & 6 & 2 & 12 \\ 3 & 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Составить такой план доставки муки, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

Вариант 16

В трех хранилищах горючего ежедневно хранится 175, 125 и 140 т бензина. Этот бензин ежедневно получают четыре заправочные станции в количествах, равных соответственно 180, 160, 60 и 40 т. Стоимости перевозок 1 т бензина с хранилищ к заправочным станциям задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 9 & 7 & 5 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 & 1 \end{pmatrix}$$

Составить такой план перевозок бензина, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

Вариант 17

Для строительства трех дорог используется гравий из четырех карьеров. Запасы гравия в каждом из карьеров соответственно равны 120, 280 и 160 усл. ед. Потребности в гравии для строительства каждой из дорог соответственно равны 130, 220, 160 и 50 усл. ед. Известны также тарифы перевозок 1 усл. ед. гравия из каждого из карьеров к каждой из строящихся дорог, которые задаются матрицей

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 9 & 5 \\ 4 & 2 & 6 & 8 \\ 3 & 8 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Составить такой план перевозок гравия, при котором потребности в нем каждой из строящихся дорог были бы удовлетворены при наименьшей общей стоимости перевозок.

Вариант 18

Груз, хранящийся на трех складах и требующий для перевозки 60, 80, 106 автомашин соответственно, необходимо перевести в четыре магазина. Первому магазину требуется 44 машины груза, второму – 70, третьему – 50 и четвертому – 82 машины. Стоимость пробега одной автомашины за 1 км составляет 10 ден. ед. Расстояния от складов до магазинов указана в следующей таблице:

$$\begin{pmatrix} 13 & 17 & 6 & 8 \\ 2 & 7 & 10 & 41 \\ 12 & 18 & 2 & 22 \end{pmatrix}$$

Составьте минимальный по стоимости план перевозки груза от складов до магазинов.

Вариант 19

Промышленный концерн имеет два завода и пять складов в различных регионах страны. Каждый месяц первый завод производит 40, а второй – 70 ед. продукции. Вся продукция, производимая заводами, должна быть направлена на склады. Вместимость первого склада равна 20 ед. продукции; второго – 30; третьего – 15; четвертого – 27; пятого – 28 ед. Издержки транспортировки продукции от завода до склада следующие (ед):

$$\begin{pmatrix} 520 & 480 & 650 & 500 & 720 \\ 450 & 525 & 630 & 560 & 750 \end{pmatrix}$$

Распределите план перевозок из условия минимизации ежемесячных расходов на транспортировку.

Вариант 20

Четыре предприятия данного экономического района для производства продукции используют три вида сырья. Потребности в сырье каждого из предприятий соответственно равны 120, 50, 190 и 110 ед. Сырье сосредоточено в трех местах его получения, а запасы соответственно равны 160, 140, 170 ед. На каждое из предприятий сырье может завозиться из любого пункта его получения. Тарифы перевозок являются известными величинами и задаются матрицей.

$$C = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 1 & 2 \\ 4 & 5 & 9 & 8 \\ 9 & 2 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Составить такой план перевозок, при котором общая стоимость перевозок является минимальной.

Вариант 21

Торговая фирма "Весна и осень" включает четыре предприятия и шесть складов в различных регионах страны. Каждый месяц предприятия фирмы производят 100, 15, 90 и 55 ед. продукции. Вся производимая продукция направляется на склады, вместимость которых следующая: 30, 40, 55, 80, 45 и 10 ед. продукции. Издержки транспортировки продукции от предприятий до складов следующие (ден. ед.):

Предприятия фирмы «Весна и осень»	Склады					
	1	2	3	4	5	6
1	1	5	2	2	1	6
2	3	6	2	4	3	3
3	8	10	4	5	6	8
4	7	3	7	9	1	2

Распределите план перевозок из условия минимизации ежемесячных расходов на транспортировку.

Вариант 22

Исходные данные транспортной задачи приведены в таблице:

Мощность поставщиков	Потребители и их спрос			
	450	250	100	100
200	6	4	4	5
300	6	9	5	8
100	8	2	10	6

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 23

Исходные данные транспортной задачи приведены в таблице:

Мощность поставщиков	Потребители и их спрос		
	60	60	50
50	2	3	2
70	2	4	5
60	6	5	7

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 24

Исходные данные транспортной задачи приведены в таблице:

Мощность поставщиков	Потребители и их спрос			
	50	50	40	60
30	5	4	6	3
70	4	5	5	8
70	7	3	4	7

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

Вариант 25

Исходные данные транспортной задачи приведены в таблице:

Мощность поставщиков	Потребители и их спрос			
	50	10	20	40
30	5	6	1	2
50	3	1	5	2
20	8	4	2	5
20	6	5	2	4

Сформулировать экономико – математическую модель исходной транспортной задачи, найти оптимальный план распределения поставок поставщиков для потребителей, установить единственность или не единственность оптимального плана.

6. ДИНАМИЧЕСКОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

Задание:1. Выберите соответствующий вариант с данными и решите следующую задачу

Имеются четыре предприятия, между которыми необходимо распределить 100 тыс. усл. ед. средств. Значения прироста выпуска продукции на предприятиях в зависимости от выделенных средств X представлены в таблице.

Составить оптимальный план распределения средств, позволяющий максимизировать общий прирост выпуска продукции.

Вариант 1

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	16	14	15	15
40	30	32	36	25
60	49	50	45	22
80	51	48	57	36
100	72	60	70	51

Вариант 2

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	19	14	20	25
40	36	32	36	53
60	51	52	47	66
80	72	61	72	70
100	81	79	80	84

Вариант 3

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	10	14	14	19
40	16	14	15	15
60	30	32	36	25
80	45	43	47	36
100	60	50	55	53

Вариант 4

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	14	17	22	20
40	26	20	21	33
60	35	32	37	46
80	52	61	67	30
100	61	72	58	42

Вариант 5

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	42	40	25	24
40	34	52	36	45
60	47	50	46	32
80	51	48	57	36
100	62	60	67	54

Вариант 6

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	19	48	42	45
40	36	32	56	53
60	54	62	67	66
80	72	81	82	70
100	88	95	98	84

Вариант 7

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	22	17	18	35
40	43	39	33	42
60	49	51	45	55
80	61	75	57	68
100	82	79	67	81

Вариант 8

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	12	15	11	10
40	23	27	21	19
60	30	29	34	36
80	42	46	45	47
100	58	61	58	54

Вариант 9

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	9	11	14	8
40	19	14	20	15
60	30	32	16	25
80	36	30	38	33
100	48	44	52	36

Вариант 10

X	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(X)$
20	19	33	29	35
40	26	43	36	45
60	35	52	49	56
80	47	60	62	72
100	68	79	82	94

Задание: 2. Выберите соответствующий вариант с данными и решите задачу:

Найти оптимальный план замены оборудования на 6-летний период, если известны производительность оборудования $r(t)$ и остаточная стоимость оборудования $S(t)$ в зависимости от возраста, стоимость нового оборудования P (заданы в таблицах). Возраст оборудования к началу эксплуатации равен 1 году.

Вариант 11

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	11	10	9	9	8	8	7	11
$S(t)$	11	8	5	4	3	2	1	-

Вариант 12

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	10	9	8	7	6	4	2	12
$S(t)$	11	10	9	7	6	5	4	-

Вариант 13

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	12	12	11	9	7	6	6	11
$S(t)$	11	10	9	7	6	5	3	-

Вариант 14

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	8	8	7	7	7	6	6	10
$S(t)$	7	6	5	4	3	2	1	-

Вариант 15

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	9	8	7	6	6	5	4	9
$S(t)$	9	9	8	7	6	4	3	-

Вариант 16

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	15	14	14	13	12	10	8	16
$S(t)$	16	14	12	10	8	6	5	-

Вариант 17

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	15	14	13	13	12	12	10	16
$S(t)$	16	14	13	11	10	8	6	-

Вариант 18

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	10	9	9	7	7	6	6	11
$S(t)$	11	9	7	5	4	3	2	-

Вариант 19

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	12	12	11	10	8	6	3	14
$S(t)$	13	12	11	10	8	5	2	-

Вариант 20

t	0	1	2	3	4	5	6	P
$r(t)$	10	9	8	8	6	5	4	11
$S(t)$	9	8	7	5	3	3	2	-

Задание: 3. Реши следующие задачи динамического программирования

Вариант 21

Дана зависимость производительности оборудования и его остаточной стоимости от возраста оборудования (см. таблицу). Стоимость нового оборудования составляет P ден. ед. Оборудование начинает эксплуатироваться с 1 года. Составить оптимальный план замены оборудования в течение 5 лет. Определить максимально возможную прибыль за этот период.

t	0	1	2	3	4	5	P
$r(t)$	70	70	65	40	30	10	90
$S(t)$	80	70	60	40	30	20	-

Вариант 22

Для производства молока предприятие закупило линию по его переработке стоимостью 60 млн. руб. Динамика объемов производства молока, затраты на эксплуатацию оборудования и его остаточная стоимость по годам приведена в таблице.

Определить оптимальный план замены оборудования в течение 5 лет, обеспечивающий максимальную производительность линии по производству молока за этот период.

<i>t</i>	0	1	2	3	4	5
<i>Объем производства</i>	60	50	40	30	10	5
<i>Затраты на эксплуатацию</i>	10	15	30	40	45	50
<i>Остаточная стоимость</i>	50	30	30	20	20	10

Вариант 23

На предприятии установлено оборудование, возраст которого 1 год. Зависимость производительности оборудования, а также затраты на ремонт зависят от времени и заданы в таблице. Затраты на установку идентичного оборудования списывается. Составить оптимальный план замены оборудования в течение 5 лет, при котором общий доход предприятия за указанный период был бы максимален.

<i>Время работы оборудования, годы</i>	0	1	2	3	4	5
<i>Годовой выпуск, тыс. руб.</i>	80	75	75	65	60	50
<i>Затраты на ремонт, тыс. руб.</i>	10	25	25	30	35	45

Вариант 24

Гражданин приобрел новый автомобиль за 0,9 тыс. усл. ед. По мере эксплуатации автомобиля у него изменяется ликвидационная стоимость и он требует ремонта, временная динамика этих характеристик представлена в таблице.

Определить оптимальный срок эксплуатации автомобиля и соответственно его замены на новый по такой же цене.

<i>Время эксплуатации а/м, годы</i>	0	1	2	3	4	5	6
<i>Ликвидационная стоимость по отношению к новому, %</i>	100	80	70	60	50	35	25
<i>Затраты на ремонт по отношению к новому, %</i>	1	6	8	10	15	20	25

8. ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ИГР

Задание:1. Для следующих задач определите верхнюю и нижнюю цены игры и, если возможно, то и седловую точку

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 3 & 2 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \\ -2 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \\ -4 & 3 & -1 & -2 \\ -5 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 6 & 5 \\ 3 & 3 & 7 & 7 \\ 4 & 3 & 4 & 2 \\ 5 & 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,6 & 0,7 & 0,8 \\ 0,6 & 0,2 & 0,4 & 0,9 & 1,0 \\ 0,7 & 0,4 & 0,7 & 1,2 & 0,9 \\ 1,1 & 0,6 & 0,5 & 1,0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,5 & 0,9 & 0,7 & 1,0 \\ 1,2 & 0,4 & 0,3 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 5 \\ 3 & 5 & 4 & 6 \\ 4 & 3 & 2 & 3 \\ 1 & 5 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 5 & 3 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 0,3 & -0,3 & 0,5 & 0,1 & 0,7 \\ 0,6 & 0,4 & 0,2 & 0,9 & 0,8 \\ 0,7 & 0,5 & 0,7 & 1,1 & 0,6 \\ 1,2 & 0,2 & 0,4 & 0,7 & 0,6 \\ 0,2 & 0,4 & 0,8 & 0,7 & 1,1 \\ 1,3 & 0,5 & 0,3 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 8 & 7 \\ 9 & 4 & 8 & 5 \\ 5 & 3 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 9 \\ 7 & 3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 & -1 & -2 \\ 5 & 9 & 3 & 2 \\ 5 & -7 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -4 & 3 \\ 2 & -3 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 10 & 5 \\ 3 & 4 & 8 & 7 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ 8 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 0 \\ 8 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 10 & 6 \\ 3 & 8 & 7 & 3 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ 8 & 5 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 \\ 5 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 6 & 2 \\ 1 & 4 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 4 & 1 \\ 4 & 6 & 3 & 5 \\ 2 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 8 & 5 \\ 5 & 4 & 10 & 7 \\ 4 & 3 & -2 & -3 \\ 6 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 9 & 5 & 7 \\ -3 & 8 & 3 & 5 \\ 4 & 2 & 2 & 6 \\ 8 & -1 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 & 5 \\ 3 & 4 & 8 & 7 \\ 5 & 10 & -4 & -2 \\ 7 & 2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 4 & 2 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 8 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 3 \\ 9 & 5 & 3 & 7 \\ 8 & 7 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 7 & 6 \\ 10 & 11 & 5 & 7 \\ 12 & 10 & 8 & 4 \\ 7 & 11 & 10 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 10 & 5 \\ 6 & 4 & 11 & 3 \\ 10 & 5 & 9 & 7 \\ 4 & 8 & 3 & 12 \end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 7 & 5 & 8 \\ 7 & 1 & 4 & 9 & 10 \\ 7 & 4 & 8 & 12 & 9 \\ 11 & 5 & 5 & 10 & 7 \\ 3 & 5 & 10 & 7 & 10 \\ 12 & 4 & 3 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 5 & 10 & 8 \\ 7 & 5 & 4 & 9 & 1 \\ 7 & 4 & 8 & 2 & 9 \\ 9 & 4 & 5 & 11 & 7 \\ 4 & 5 & 10 & 7 & 10 \\ 8 & 4 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,6 & 0,7 & 0,8 \\ 0,6 & 0,2 & 0,4 & 0,9 & 1,0 \\ 0,7 & 0,4 & 0,7 & 1,2 & 0,9 \\ 1,1 & 0,5 & 0,4 & 1,0 & 0,6 \\ 0,3 & 0,5 & 0,9 & 0,7 & 1,0 \\ 1,2 & 0,4 & 0,3 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Вариант 28

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 & 10 \\ 9 & 3 & 6 & 5 & 7 \\ 7 & 6 & 8 & 11 & 10 \\ 8 & 5 & 4 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 29

$$A = \begin{pmatrix} 20 & 50 & 30 & 40 & 70 & 10 \\ 15 & 70 & 10 & 30 & 40 & 20 \\ 80 & 50 & 40 & 25 & 80 & 70 \\ 45 & 90 & 25 & 55 & 60 & 50 \end{pmatrix}$$

Вариант 30

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 7 & 6 & 8 & 10 \\ 8 & 5 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

Задание:2. Дайте геометрическую интерпретацию решения игры для двух игроков. Для проверки геометрического решения проведите также алгебраические расчеты и сравните результаты, с полученными, геометрическим способом.

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 9 \\ 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 7 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 9 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 11 \\ 15 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A = \begin{pmatrix} -3 & -5 \\ -4 & -2 \end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 13 \\ 14 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A = \begin{pmatrix} -6 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Задание:3. Дайте геометрическую интерпретацию решения игры для двух игроков. Для проверки геометрического решения проведите также алгебраические расчеты и сравните их с результатами, полученными геометрическим способом.

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 0,5 & 0,3 & 0,6 & 0,7 & 0,8 \\ 0,6 & 0,5 & 0,4 & 0,9 & 1,1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -5 & 1 & -2 \\ 4 & 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 & 4 \\ 4 & 2 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 1,1 & 0,6 & 0,8 & 1,0 & 0,4 \\ 1,2 & 0,4 & 0,3 & 0,2 & 0,6 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 & 2 \\ 5 & 2 & 4 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 3 & -1 & -2 & 2 \\ -2 & 5 & -3 & -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 4 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & 3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 8 & 5 \\ 7 & 3 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 3 & 5 \\ 5 & 2 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 8 & 5 & 6 \\ 4 & 6 & 7 & 10 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 2 & 5 \\ 6 & 1 & 7 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 7 & 4 \\ 2 & 6 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 4 & 6 \\ 2 & 1 & 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 & 6 & 4 & 1 \\ 2 & 1 & 3 & 8 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 9 & 6 & 4 \\ 7 & 6 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 & 8 \\ 2 & 9 & 4 & 7 \end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 4 & 7 & 6 \\ 1 & 2 & 8 & 4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 6 & 4 \\ 8 & 4 & 9 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 7 & 4 & 4 & 7 \\ 2 & 4 & 6 & 8 & 10 \end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 8 & 6 & 4 & 7 \\ 3 & 2 & 4 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 \\ 5 & 2 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 1 & 4 \\ 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 6 & 5 \\ 5 & 6 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 6 \\ -2 & 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Задание: 4. Для задач 1-20 дайте геометрическую интерпретацию решения игры для двух игроков. Для проверки геометрического решения проведите также алгебраические расчеты и сравните результаты с геометрическими.

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 8 \\ 7 & 6 \\ 4 & 5 \\ 9 & 2 \\ 6 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 7 \\ 4 & 1 \\ 2 & 4 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 3 \\ 4 & 7 \\ 5 & 8 \\ 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 2 \\ 5 & 7 \\ 2 & -8 \\ -1 & 4 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 5 & 3 \\ 2 & 8 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 2 \\ 4 & 7 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \\ 4 & 8 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -3 & 1 \\ 2 & -8 \\ 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 6 \\ 5 & 4 \\ 4 & 8 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 5 & 4 \\ 4 & 8 \\ 7 & 6 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & 6 \\ 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 2 \\ 1 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 3 & 4 \\ 6 & 5 \\ 7 & 2 \\ 6 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 5 & 2 \\ 7 & 9 \\ 3 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 5 & 2 \\ 1 & 4 \\ 3 & 6 \\ 7 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & 2 \\ 6 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 4 & 2 \\ 6 & 5 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 1 \\ 1 & 4 \\ 2 & -3 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 9 \\ -3 & 4 \\ 4 & -3 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 5 \\ -3 & 4 \\ 4 & -3 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 3 & 4 \\ -4 & 3 \\ 8 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 6 & 7 \\ -4 & -2 \\ -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 10 \\ 5 & 4 \\ 4 & 3 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A = \begin{pmatrix} 8 & 5 \\ 9 & 6 \\ -2 & -3 \\ -3 & -5 \end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 6 \\ 4 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 4 \\ 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 8 \\ 7 & 6 \\ 2 & 5 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Задание:5. Для следующих задач, найдите для двух игроков решение в смешанных стратегиях

Вариант 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$$

Вариант 2

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \\ 7 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 3

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 5 & 2 & 4 \\ 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 4

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 6 \\ 2 & 4 & 3 \\ 8 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 5

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 3 \\ 1 & -1 & -2 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 6

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 3 & 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Вариант 7

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -4 & 2 \\ -1 & 4 & 8 & 1 \\ 6 & -1 & 2 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 8

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 1 \\ 5 & 1 & -1 & 3 \\ 5 & 2 & -4 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 9

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 2 \\ 7 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 7 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 10

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 4 & 5 \\ 7 & 2 & 3 & 1 \\ 5 & 3 & 6 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 11

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 8 & 5 & 7 \\ -3 & 9 & 3 & 5 \\ 8 & -1 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 12

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 14 & 7 \\ 8 & 9 & 6 \\ 5 & 8 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 13

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 3 \\ 4 & 6 & 3 \\ 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$$

Вариант 14

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 7 & 4 \\ 3 & 1 & 4 \\ 6 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Вариант 15

$$A = \begin{pmatrix} 10 & 11 & 7 \\ 19 & 14 & 11 \\ 15 & 13 & 19 \end{pmatrix}$$

Вариант 16

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \\ 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

Вариант 17

$$A = \begin{pmatrix} 9 & 5 & 5 \\ 2 & 6 & 9 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 18

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 6 & 5 \\ 1 & 2 & 7 & 3 \\ 5 & 4 & 3 & 0 \end{pmatrix}$$

Вариант 19

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 2 \\ 3 & 5 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$

Вариант 20

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & -4 & 3 \\ 2 & 1 & 3 & 6 \\ -2 & 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 21

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

Вариант 22

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 9 & 5 & 4 \\ 5 & 3 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 23

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -5 & -2 & 4 \\ 5 & 1 & 3 & 2 \\ -2 & 4 & -1 & 5 \end{pmatrix}$$

Вариант 24

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 \\ 2 & 8 & 4 \\ 5 & 4 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 25

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & -2 \\ 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \\ -2 & 6 & -1 \end{pmatrix}$$

Вариант 26

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 4 \\ 5 & 7 & 3 \\ 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}$$

Вариант 27

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 3 & 7 \\ 8 & 5 & 1 \\ 4 & 9 & 12 \\ 3 & 7 & 8 \\ 12 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

Вариант 28

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 9 & 10 & 5 \\ 3 & 4 & 8 & 7 \\ -4 & 3 & -4 & -2 \\ 8 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 29

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 10 & 8 & 5 \\ 5 & 4 & 10 & 7 \\ 4 & 3 & -2 & -3 \\ 6 & 5 & -3 & -4 \end{pmatrix}$$

Вариант 30

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 8 & 4 \\ 3 & 4 & 5 & 7 \\ 4 & 3 & 2 & 5 \\ 8 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

9. СЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Задание: 1. Для рис. 1 и заданного варианта определить все характеристики СПУ: ранние и поздние сроки совершения событий, резервы времени событий, критический путь и др. Для не критических работ найти полные и свободные резервы времени. На основе проведенных расчетов установить, как повлияет на срок выполнения работ и полный резерв времени работы (6,7) тот факт, если увеличить продолжительность работ (6,8), например, на 10 ед.

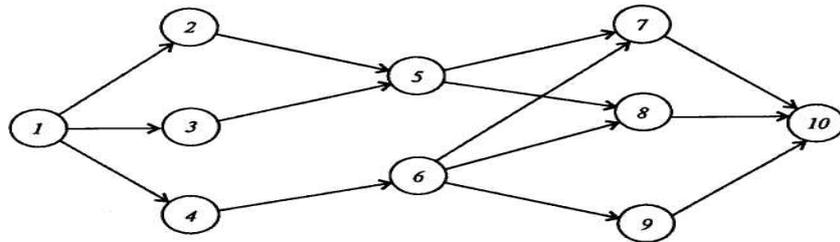


Рис.1.

Вариант 1

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,5)$	$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(5,7)$
9	10	14	8	7	7	6
$T(5,8)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$
10	7	6	4	9	5	11

Вариант 2

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,5)$	$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(5,7)$
8	11	13	7	6	8	7
$T(5,8)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$
11	9	10	8	7	7	5

Вариант 3

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,5)$	$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(5,7)$
7	12	12	6	5	9	8
$T(5,8)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$
6	13	11	5	14	10	9

Вариант 4

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,5)$	$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(5,7)$
6	13	11	5	14	10	9
$T(5,8)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$
7	12	12	6	5	9	8

Вариант 5

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,5)$	$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(5,7)$
5	14	10	14	13	11	10
$T(5,8)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$
11	15	9	13	12	12	11

Задание: 2. Для рис. 2 и заданного варианта определить все характеристики СПУ: ранние и поздние сроки совершения событий, резервы времени событий, критический путь и др. Для не критических работ найти полные и свободные резервы времени. На основе проведенных расчетов установить, как повлияет на срок выполнения работ и полный резерв времени работы (6,8) увеличение продолжительности работы (6,9), например, на 4 ед.

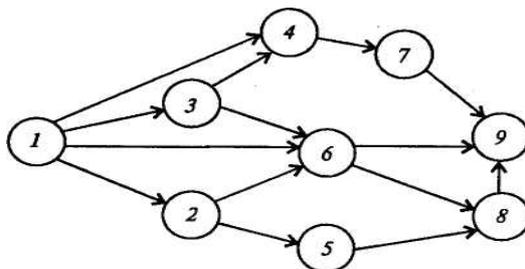


Рис. 2.

Вариант 6

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,6)$	$T(2,5)$	$T(2,6)$	$T(3,4)$
11	15	9	13	12	12	11
$T(3,6)$	$T(4,7)$	$T(5,8)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
5	14	10	14	13	11	10

Вариант 7

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,6)$	$T(2,5)$	$T(2,6)$	$T(3,4)$
13	16	8	12	11	12	13
$T(3,6)$	$T(4,7)$	$T(5,8)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
12	17	7	11	10	14	13

Вариант 8

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,6)$	$T(2,5)$	$T(2,6)$	$T(3,4)$
12	17	7	11	10	14	13
$T(3,6)$	$T(4,7)$	$T(5,8)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
13	16	8	12	11	12	13

Вариант 9

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,6)$	$T(2,5)$	$T(2,6)$	$T(3,4)$
11	18	6	10	11	15	14
$T(3,6)$	$T(4,7)$	$T(5,8)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
10	19	5	11	12	16	14

Вариант 10

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,6)$	$T(2,5)$	$T(2,6)$	$T(3,4)$
10	19	5	11	12	16	14
$T(3,6)$	$T(4,7)$	$T(5,8)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
11	18	6	10	11	15	14

Задание:3. Для рис. 3 и заданного варианта определить все характеристики СПУ: ранние и поздние сроки совершения событий, резервы времени событий, критический путь и др. Для не критических работ найти полные и свободные резервы времени. На основе проведенных расчетов установить, как повлияет на срок выполнения работ и полный резерв времени работы (6,7) тот факт, если увеличить продолжительность работ (6,9), например, на 8 ед.

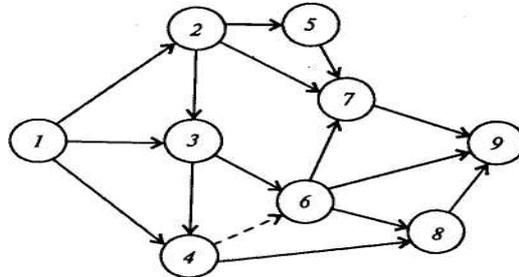


Рис.3.

Вариант 11

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,3)$	$T(2,5)$	$T(2,7)$	$T(3,4)$	$T(3,6)$
11	20	14	12	13	18	17	10
$T(4,6)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
0	21	13	13	14	17	15	11

Вариант 12

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,3)$	$T(2,5)$	$T(2,7)$	$T(3,4)$	$T(3,6)$
11	20	14	12	13	18	17	8
$T(4,6)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
0	20	14	12	13	18	17	16

Вариант 13

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,3)$	$T(2,5)$	$T(2,7)$	$T(3,4)$	$T(3,6)$
18	13	22	12	14	5	20	14
$T(4,6)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
0	10	19	5	11	12	16	14

Вариант 14

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,3)$	$T(2,5)$	$T(2,7)$	$T(3,4)$	$T(3,6)$
14	23	11	5	6	7	20	5
$T(4,6)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
0	13	22	12	14	5	9	4

Вариант 15

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(2,3)$	$T(2,5)$	$T(2,7)$	$T(3,4)$	$T(3,6)$
5	24	10	6	7	21	15	14
$T(4,6)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(6,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$	$T(7,9)$	$T(8,9)$
0	25	11	15	7	8	7	9

Задание: 4. Для рис. 4 и заданного варианта определить все характеристики СПУ: ранние и поздние сроки совершения событий, резервы времени событий, критический путь и др. Для не критических работ найти полные и свободные резервы времени. На основе проведенных расчетов установить, как повлияет на срок выполнения работ и полный резерв времени работы (6,7) тот факт, если увеличить продолжительность работ (6,10), например, на 5ед.

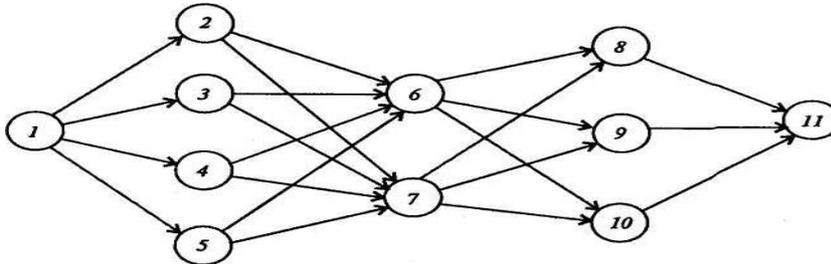


Рис.4.

Вариант 16

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(2,6)$	$T(2,7)$	$T(3,6)$
6	25	11	15	7	8	22
$T(3,7)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(5,6)$	$T(5,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$
23	21	20	17	5	24	10
$T(6,10)$	$T(7,8)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,11)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$
6	7	21	20	9	10	11

Вариант 17

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(2,6)$	$T(2,7)$	$T(3,6)$
7	24	12	8	9	10	23
$T(3,7)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(5,6)$	$T(5,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$
22	11	12	7	14	26	8
$T(6,10)$	$T(7,8)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,11)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$
23	13	9	10	24	23	12

Вариант 18

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(2,6)$	$T(2,7)$	$T(3,6)$
14	26	8	23	13	9	10
$T(3,7)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(5,6)$	$T(5,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$
24	23	5	7	7	24	12
$T(6,10)$	$T(7,8)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,11)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$
8	9	10	23	22	11	10

Вариант 19

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(2,6)$	$T(2,7)$	$T(3,6)$
9	11	14	10	24	25	13
$T(3,7)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(5,6)$	$T(5,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$
14	12	9	6	10	11	20
$T(6,10)$	$T(7,8)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,11)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$
5	17	7	15	13	16	22

Вариант 20

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(2,6)$	$T(2,7)$	$T(3,6)$
10	11	20	5	17	7	15
$T(3,7)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(5,6)$	$T(5,7)$	$T(6,8)$	$T(6,9)$
13	16	18	10	9	1	14
$T(6,10)$	$T(7,8)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,11)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$
10	24	25	13	14	12	21

Задание:5. Для рис. 5 и заданного варианта определить все характеристики СПУ: ранние и поздние сроки совершения событий, резервы времени событий, критический путь и др. Для не критических работ найти полные и свободные резервы времени. На основе проведенных расчетов установить, как повлияет на срок выполнения работ и полный резерв времени работы (6,7) тот факт, если увеличить продолжительность работ (6,8), например, на 7ед.

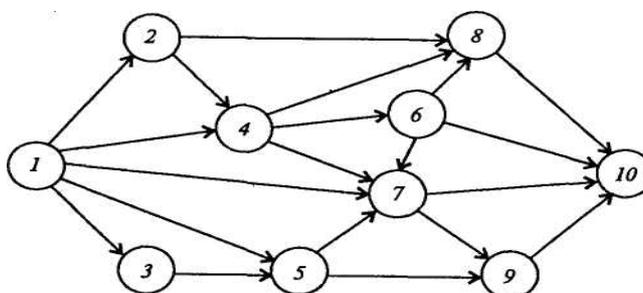


Рис.5.

Вариант 21

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(1,7)$	$T(2,4)$	$T(2,8)$
10	11	20	5	17	7	15
$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(6,7)$
14	13	8	9	11	14	10
$T(6,8)$	$T(6,10)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$	
24	25	13	3	6	9	

Вариант 22

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(1,7)$	$T(2,4)$	$T(2,8)$
9	11	14	10	24	25	13
$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(6,7)$
14	13	18	10	11	20	5
$T(6,8)$	$T(6,10)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$	
17	7	15	13	16	5	

Вариант 23

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(1,7)$	$T(2,4)$	$T(2,8)$
11	20	3	17	6	18	17
$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(6,7)$
4	9	18	12	9	18	8
$T(6,8)$	$T(6,10)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$	
17	9	15	13	12	6	

Вариант 24

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(1,7)$	$T(2,4)$	$T(2,8)$
12	9	18	8	17	9	15
$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(6,7)$
13	12	9	11	20	3	17
$T(6,8)$	$T(6,10)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$	
6	18	17	4	7	3	

Вариант 25

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(1,4)$	$T(1,5)$	$T(1,7)$	$T(2,4)$	$T(2,8)$
13	11	23	8	7	18	17
$T(3,5)$	$T(4,6)$	$T(4,7)$	$T(4,8)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(6,7)$
14	22	18	14	19	11	18
$T(6,8)$	$T(6,10)$	$T(7,9)$	$T(7,10)$	$T(8,10)$	$T(9,10)$	
17	7	15	9	14	20	

Задание: 6. Для рис. 6 и заданного варианта определить все характеристики СПУ: ранние и поздние сроки совершения событий, резервы времени событий, критический путь и др. Для не критических работ найти полные и свободные резервы времени. На основе проведенных расчетов установить, как повлияет на срок выполнения работ и полный резерв времени работы (6,7) тот факт, если увеличить продолжительность работ (6,11), например, на 3ед.

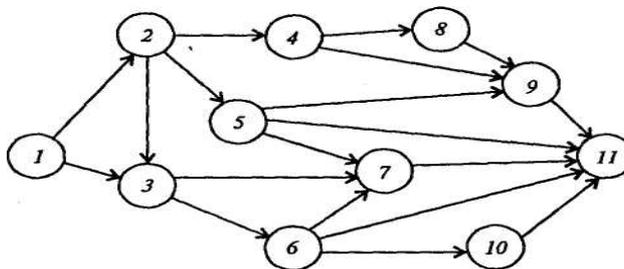


Рис. 6.

Вариант 26

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(2,3)$	$T(2,4)$	$T(2,5)$	$T(3,6)$	$T(3,7)$
4	9	8	6	7	5	3
$T(4,8)$	$T(4,9)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(5,11)$	$T(6,7)$	$T(6,10)$
9	4	6	5	2	11	15
$T(6,11)$	$T(7,11)$	$T(8,9)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$		
8	7	5	7	4		

Вариант 27

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(2,3)$	$T(2,4)$	$T(2,5)$	$T(3,6)$	$T(3,7)$
20	15	10	16	17	8	15
$T(4,8)$	$T(4,9)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(5,11)$	$T(6,7)$	$T(6,10)$
13	12	9	15	21	11	14
$T(6,11)$	$T(7,11)$	$T(8,9)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$		
11	20	3	17	6		

Вариант 28

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(2,3)$	$T(2,4)$	$T(2,5)$	$T(3,6)$	$T(3,7)$
16	21	10	18	8	10	5
$T(4,8)$	$T(4,9)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(5,11)$	$T(6,7)$	$T(6,10)$
13	16	11	20	15	10	15
$T(6,11)$	$T(7,11)$	$T(8,9)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$		
21	11	14	11	19		

Вариант 29

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(2,3)$	$T(2,4)$	$T(2,5)$	$T(3,6)$	$T(3,7)$
14	19	11	18	17	7	7
$T(4,8)$	$T(4,9)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(5,11)$	$T(6,7)$	$T(6,10)$
14	13	8	11	9	13	12
$T(6,11)$	$T(7,11)$	$T(8,9)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$		
9	6	5	3	6		

Вариант 30

$T(1,2)$	$T(1,3)$	$T(2,3)$	$T(2,4)$	$T(2,5)$	$T(3,6)$	$T(3,7)$
15	21	11	14	11	18	7
$T(4,8)$	$T(4,9)$	$T(5,7)$	$T(5,9)$	$T(5,11)$	$T(6,7)$	$T(6,10)$
14	13	18	10	9	19	8
$T(6,11)$	$T(7,11)$	$T(8,9)$	$T(9,11)$	$T(10,11)$		
17	13	12	9	9		

10. СИСТЕМЫ МАССОВОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ

Задание: В предложенных ниже заданиях необходимо определить тип СМО, а затем найти требуемые параметры

Вариант 1

В результате наблюдений установлено, что интенсивность телефонных звонков диспетчеру жилищно-эксплуатационной конторы (ЖЭК), имеющих характер простейших пуассоновских потоков, составляет 1,1 вызовов в минуту, средняя продолжительность разговора (обслуживание клиента) составляет 2,3 мин. Определить характеристики работы диспетчера ЖЭК, а также количество обслуженных и необслуженных клиентов за 1 час работы. Сравнить фактическую пропускную способность с номинальной (когда каждый клиент обслуживается 2,5 мин).

Вариант 2

В мастерской по ремонту обуви в понедельник работает только один мастер, который выполняет заказ в среднем за 25 мин. Клиенты заходят в мастерскую в среднем каждые 35 мин и, если мастер занят, — уходят. Определить характеристики работы обувной мастерской и отношение "заработанные деньги/не заработанные деньги", если средняя стоимость ремонта составляет 80 руб.

Вариант 3

Сберкасса планирует организовать прием оплаты за жилищно-коммунальные услуги с жителей микрорайона и имеет этого в штате три контролера-кассира. Предполагается, что поток жителей будет идти с интенсивностью 40 человек в час. Средняя продолжительность обслуживания одного человека контролером-кассиром составляет 3 мин. Определить характеристики работы сберкассы и оптимальное количество контролеров-кассиров.

Вариант 4

В мастерской по ремонту обуви работают четыре мастера, каждый из которых выполняет заказ в среднем за 20 мин. Клиенты заходят в мастерскую в среднем каждые 25 мин и, если мастера заняты, то уходят. Определить характеристики работы обувной мастерской и отношение "заработанные деньги/не заработанные деньги", если средняя стоимость ремонта составляет 70 руб.

Вариант 5

Вновь созданное предприятие планирует покупку мобильных телефонных аппаратов. Сколько аппаратов предприятию необходимо закупить, если заявки от клиентов будут поступать с интенсивностью 80 заявок в час, а средняя продолжительность разговора будет составлять 2,8 мин.

Вариант 6

В магазине работают две кассы. Среднее время обслуживания 1 покупателя — 5 мин. Интенсивность потока покупателей 4чел./мин. По технологическим причинам существует ограничение на количество человек в очереди в кассу — не более 6 чел. Покупатель, пришедший в магазин, в котором в каждой очереди в кассу — 6 человек, не ждет, а уходит из магазина. Определить характеристики работы магазина и вероятность того, что пришедший в магазин покупатель покинет его необслуженным.

Вариант 7

Дайте оценку работы телефонной фирмы, если у нее имеется 4 канала связи, за один час поступает в среднем 120 телефонных звонков, среднее время ответа на звонок — 1,2 мин.

Вариант 8

В типографию с тремя множительными аппаратами поступают заказы от соседних предприятий на размножение рабочей документации. Если все аппараты заняты, то вновь поступающий не принимается. Среднее время работы с одним заказом составляет 2 часа. Интенсивность потока — 0,5 заявки в час. Найти предельные вероятности состояний и показатели эффективности работы типографии.

Вариант 9

Порт имеет один грузовой причал для разгрузки судов. Интенсивность потока судов составляет 0,5 судов в сутки. Среднее время разгрузки одного судна — 2 суток. Предполагается, что длина очереди не имеет ограничений. Найти показатели эффективности работы причала.

Вариант 10

В супермаркете к кассе поступает поток покупателей с интенсивностью 75 чел. в час. Средняя продолжительность обслуживания кассиром одного человека составляет 3,5 мин. Определить характеристики работы супермаркета, а также требуемое минимальное количество кассиров с тем, чтобы очередь в кассу не росла и была не более 5 человек.

Вариант 11

Автобусная станция г. Великого Новгорода с двумя кассами продает билеты на автобусы в два пункта — в Москву и Санкт-Петербург. Интенсивность потока пассажиров, желающих купить билеты, для обоих пунктов одинакова и равна 0,4 чел. в мин. Кассир тратит на обслуживание одного пассажира в среднем 2,5 мин. Существует два варианта продажи: билеты в обеих кассах продаются одновременно в оба пункта; каждая касса продает билеты только в один из пунктов.

Сравните по основным характеристикам два варианта продажи билетов. Как надо изменить среднее время обслуживания одного пассажира, чтобы по второму варианту продажи время на приобретение билетов в среднем было меньше времени, чем по первому варианту.

Вариант 12

Порт имеет один грузовой причал для разгрузки судов. Интенсивность потока судов составляет 0,5 судов в сутки. Среднее время разгрузки одного судна 2 суток. Если в очереди на разгрузку стоят 3 судна, то приходящее судно покидает причал без разгрузки. Найти показатели эффективности работы причала.

Вариант 13

Сберкасса принимает оплату за ЖКХ с жителей микрорайона и имеет для этого в штате три контролера-кассира. Поток жителей идет с интенсивностью 50 чел. в час. Средняя продолжительность обслуживания одного человека контролером-кассиром составляет 3 мин. Предполагается, что в помещении сберкассы не может находиться более 8 человек, включая и тех, что обслуживаются. Поэтому вновь прибывший клиент уходит, если очередь заполнена. Определить характеристики работы сберкассы.

Вариант 14

На автозаправочной станции установлены 3 колонки для заправки машин бензином. Около станции находится площадка на 3 автомобиля для ожидания заправки. В среднем на станцию прибывает одна машина каждые 4 минуты. Среднее время обслуживания одной машины — 2,8 мин. Определить характеристики работы автозаправочной станции.

Вариант 15

На станцию технического осмотра автомобилей, имеющего 3 смотровых поста, в среднем поступает 1 автомобиль за 0,4 часа. Во дворе в очереди может находиться не более 3-х машин. Среднее время работы одного поста — 0,5 часа. Определить характеристики работы СТО.

Вариант 16

Около магазина имеется парковка для 7 машин. Автомашины приезжают к магазину с интенсивностью 40 машин в час. Продолжительность пребывания на автостоянке составляет в среднем 20 мин. Стоянка на проезжей части не допускается. Определить характеристики работы парковки.

Вариант 17

Аэропорт имеет одну взлетно-посадочную полосу. В среднем за сутки взлетает и садится 180 самолетов. Время посадки самолета на полосу составляет 4 мин, а взлета — 1,8 мин. Определить характеристики аэропорта.

Вариант 18

Вокзал имеет три платформы для местных поездов. В среднем за сутки к каждой платформе подходит 40 поездов. Среднее время стоянки у платформы составляет 4 мин. Определить характеристики вокзала.

Вариант 19

Дайте оценку работы фирмы, если у нее имеется 6 каналов связи, за один час поступает в среднем 200 телефонных звонков, среднее время ответа на звонок — 0,8 мин.

Вариант 20

Кафе обслуживает клиентов с интенсивностью 50 чел. в час. В течение дня их обслуживают две официантки с интенсивностью 20 чел. в час. Интенсивность клиентов в обеденное время (с 12 до 14) возрастает до величины 100 чел. в час, в часы «спада» (с 9 до 11 и с 15 до 17) достигает величины 15 чел. в час. Определите вероятность образования очереди в кафе, среднюю длину очереди в течение дня, необходимое количество официантов в обеденное время и в часы «спада», обеспечивающих такую же длину очереди, как и в номинальном режиме.

Вариант 21

В магазин поступают товары в разное время с интенсивностью 6 машин в день. Подсобные помещения для подготовки товаров к продаже позволяют обрабатывать и хранить товар, привезенный двумя машинами. В магазине работают посменно три фасовщика товаров, каждый из которых в среднем может обрабатывать товар одной машины в течение 5 часов. Продолжительность рабочего дня фасовщиков составляет 12 часов. Определить характеристики работы магазина, а также, какова должна быть емкость подсобных помещений, чтобы вероятность полной обработки товаров была больше 0,96.

Вариант 22

Рассчитайте, сколько надо установить на АЗС колонок для заправки автомашин с тем, чтобы вероятность появления очереди не превысила 0,6. По оценке экспертов на заправку будет заезжать в среднем 150 машин в час. Среднее время, требующееся для заправки одного автомобиля, составляет 3 мин.

Вариант 23

В магазине работают три кассы. Среднее время обслуживания 1 покупателя — 3 мин. Интенсивность потока покупателей — 7 чел. в мин. Существует ограничение на количество человек в очереди в кассу — не более 5 чел. Покупатель, пришедший в магазин, в котором в каждой очереди в кассу 5 человек, не ждет, а уходит из магазина. Определить характеристики работы магазина.

Вариант 24

Оптовый склад производит отпуск товаров клиентам. Погрузку автомашины осуществляют три бригады грузчиков, каждая из которых состоит из 4 человек. Склад одновременно вмещает 5 автомашин и, если в это время прибывает новая автомашина, — она не обслуживается. Интенсивность входящего потока автомашин составляет 5 шт. в час. Интенсивность погрузки составляет 2 автомашины в час. Дайте оценку работы склада и вариант его реорганизации.

Вариант 25

Таможня располагает тремя терминалами. Интенсивность потока автомашин, перевозящих грузы и подлежащих прохождению таможенного контроля, составляет 30 шт. в сутки. Среднее время таможенной обработки на терминале одной автомашины составляет 3 часа. Если в очереди на прохождении таможенного контроля стоят 5 автомашин, то приезжающие автомашины уезжают на другую таможню. Найти показатели эффективности работы таможни.

Вариант 26

На строительную площадку в среднем через 40 мин. Прибывают автомашины со строительным материалом. Среднее время разгрузки одной автомашины составляет 1,8 часа. В разгрузке принимают участие две бригады грузчиков. На территории строительной площадки может находиться в очереди на разгрузку не более 5 автомашин. Определить показатели эффективности работы строительной площадки.

Вариант 27

На мойку, имеющую три рабочих места, в среднем в час приезжает 12 автомашин. Если в очереди уже находится 6 автомашин, вновь приезжающие клиенты не встают в очередь, а покидают автомойку. Среднее время мойки автомашины — 20 мин. Средняя стоимость мойки — 150 руб. Определить показатели эффективности работы автомойки и среднюю величину потери выручки в течение рабочего дня (с 9 до 19 часов).

Вариант 28

В магазине самообслуживания работает 5 контролеров-кассиров. Входящий поток покупателей — 140 чел. в час. Один контролер-кассир может обслужить 30 чел. в час. Определите: вероятность простоя контролера-кассира; среднее число покупателей в очереди; среднее время ожидания; среднее число занятых и свободных контролеров-кассиров. Дать оценку работы магазина.

Вариант 29

Интенсивность потока автомашин, перевозящих грузы подлежащих прохождению таможенного контроля, составляет 1 шт. в сутки. Среднее время таможенной обработки на терминале одной автомашины составляет 2,8 часа. Максимальная очередь на прохождение таможенного контроля должна быть не более 8 автомашин. Определить, какое количество терминалов надо открыть на таможне, чтобы вероятность простоя автомашин была минимальна.

Вариант 30

В справочную ж.-д. вокзалов поступают телефонные запросы по движению поездов с интенсивностью 80 заявок в час. Оператор справочной обрабатывает запрос в течение 0,7 мин. Если оператор занят, клиенту выдается сообщение «Ждите ответа», запрос становится в очередь, длина которой не превышает 4 запросов. Дайте оценку работы справочной и вариант ее реорганизации.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Построение ЭММ, графический метод решения задач оптимизации.....	3
2.	Графический способ решения задач линейного программирования.....	13
3.	Симплексный метод решения задач линейного программирования.....	17
4.	Целочисленное линейное программирование.....	21
5.	Двойственные задачи линейного программирования.....	25
6.	Транспортная задача.....	34
7.	Динамическое программирование.....	43
8.	Задачи теории игр.....	47
9.	Сетевое моделирование.....	56
10.	Системы массового обслуживания.....	63

СБОНИК ЗАДАЧ ПО КУРСУ МАТЕМАТИКА (4 семестр)
Учебное пособие

Составитель Дегтярева Нина Адамовна

Подписано в печать IX – 2009 г.
Формат 60x84 1/16 Бумага типографская №2
Усл. печ. л.... Уч.-изд. л....
Тираж 30 экз.

Троицкий филиал ГОУ ВПО "ЧелГУ"
457100 Челябинская область, г. Троицк ул. Разина 9

Типография ИП Пименов Д.С.
Св-во А 6922 от 10.07.1998 г.